**Приложение 5**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
|  |

**Аннотации рабочих программ дисциплин**

Уровень высшего образования

***Подготовка кадров высшей квалификации***

Направление подготовки

**01.06.01 – Математика и механика**

Направленность образовательной программы

**Геометрия и топология (01.01.04)**

Квалификация

***Исследователь. Преподаватель-исследователь***

Форма обучения

***Очная***

Нижний Новгород

2015

|  |
| --- |
| Алгебраическая топология |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение гомотопической топологии и теории гомологий, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Алгебраическая топология» относится к числу профессиональных дисциплин, является обязательной дисциплиной и изучается на 2 году обучения в 3 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии в компьютерном моделировании (ПК-3).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 8 часов выделяется на обзорные лекции, 16 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 48 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Гомотопическая топология*:

Гомотопические классы отображений. Гомотопическая эквивалентность. Гомотопические группы и их основные свойства. Расслоения Серра и гомотопические группы. Теория накрытий и фундаментальная группа. Клеточные разбиения и методы вычисления гомотопических групп.

*Теория гомологий*:

Группы гомологий и когомологий, их основные свойства. Гомотопическая инвариантность групп гомологий. Умножение в когомологиях. Гомологии и когомологии с коэффициентами. Оператор Бокштейна. Связь фундаментальной группы и группы одномерных гомологий. Гомологии многообразий. Аксиоматические теории гомологий и когомологий.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

|  |
| --- |
| Вычислительная топология |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение методов и алгоритмов вычисления топологических характеристик и элементов полиэдров, используемых на практике в качестве компьютерных моделей реальных объектов.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Вычислительная топология» относится к числу профессиональных дисциплин, является дисциплиной по выбору и изучается на 2 году обучения в 4 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии в компьютерном моделировании (ПК-3).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 6 часов выделяется на обзорные лекции, 36 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 66 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Общие свойства полиэдров*:

Симплициальные комплексы и схемы, полиэдры. Вычисление компонент связности и сильной связности. Комбинаторные критерии многообразий и алгоритмы для их проверки. Ориентации и способы их задания, алгоритмы проверки на ориентируемость.

*Вычисление базисов групп гомологий*:

Матричные методы вычисления групп гомологий и их базисов. Алгоритмы редукции. Вычисление базисов групп гомологий в малых размерностях без применения матриц. Вычисление относительных базисных циклов.

*Вычисление индексов пересечения и базисов групп когомологий*:

Методы вычисления индексов пересечения на многообразиях размерностей 2 и 3. Изоморфизм Пуанкаре и алгоритмы для вычисления базисов групп когомологий. Индексная вектор-функция и построение регулярных накрытий.

*Задачи на условную оптимизацию*:

Поиск путей с минимальным весом, соединяющих заданные вершины и гомологичных заданному пути. Поиск минимальных циклов в заданных классах одномерных гомологий. Построение минимальных базисов групп гомологий. Задача устранения топологического шума.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

|  |
| --- |
| Геометрия дифференциальных уравнений |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Овладение основами группового анализа дифференциальных уравнений и его применений математической физике.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Геометрия дифференциальных уравнений» относится к числу профессиональных дисциплин, является дисциплиной по выбору и изучается на 2 году обучения в 4 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии при решении проблем механики и физики (ПК-2).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых лекций 6 часов, практических и семинарских занятий 36 часов, 66 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Действие группы Ли и его продолжение. Интегрирование и понижение порядка ОДУ с помощью точечных групп симметрий*:

Векторные поля и однопараметрические группы. Группы Ли и их алгебры Ли. Уравнения Маурера-Картана. Продолжение векторного поля. Симметрии дифференциальных уравнений. Понижение порядка ОДУ методом канонических переменных и методом дифференциальных инвариантов. Распределение Картана. Интегрирование ОДУ с помощью симметрий распределения Картана.

*Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений*:

Обобщенные векторные поля и обобщенные симметрии. Оператор рекурсии. Вариационные симметрии. Теорема Нетер.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

**Аннотации рабочих программ дисциплин (модулей)**

|  |
| --- |
| Геометрия и топология расслоений |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение теории гладких расслоений с геометрическими структурами и знакомство с геометрическими и топологическими методами исследования некоторых проблем механики и математической физики.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Геометрия и топология расслоений» относится к числу профессиональных дисциплин, является обязательной дисциплиной и изучается на 4 году обучения в 7 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии при решении проблем механики и физики (ПК-2).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часов, из которых 12 часов выделяется на лекции, 24 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 72 часа составляет самостоятельная работа обучающегося и 36 часов - подготовка к экзамену.

Основные разделы курса:

*Расслоения Стинрода*:

Гладкие расслоения и их морфизмы. Индуцированные расслоения. Суммы Уитни. Локально тривиальные расслоения, расслоения со структурными группами. Векторные расслоения. Тензорные расслоения. Ассоциированные расслоения. Главные расслоения.

*Связности и характеристические классы*:

Связность на пространстве главного расслоения. Форма связности и ее свойства. Горизонтальные лифты. Группа голономии G-связности. Форма кривизны. Ad-инвариантные формы на алгебре Ли структурной группы. Построение характеристических классов главных G-расслоений.

*Расслоения с абелевыми структурными группами*:

Целочисленность классов Черна главного расслоения с абелевой структурной группой G. Группа классов эквивалентности главных расслоений с заданной базой B и абелевой структурной группой G. Плоские связности. Гомоморфизмы голономии. Группа плоских главных G-расслоений с базой B.

*Расслоения и динамика гироскопических систем*:

Псевдоримановы метрики, инвариантные относительно действия структурной группы главного расслоения. Гироскопические системы с многозначным функционалом действия и ассоциированные с ними расслоения, псевдоримановы метрики и римановы слоения. Геодезическое моделирование движений гироскопических систем. Гироскопические системы с конечной группой симметрий и расслоения с многозначными автоморфизмами.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

|  |
| --- |
| Группы кос и их приложения |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение теории групп кос и их приложений в топологии многообразий и алгебраической топологии.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Группы кос и их приложения» относится к числу профессиональных дисциплин, является дисциплиной по выбору и изучается на 2 году обучения в 4 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 18 часов выделяется на лекции, 18 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 72 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Группы кос*:

Различные определения понятия косы, определение косы из n нитей. Классы эквивалентности кос. Операция умножения классов кос. Группа Bn кос из n нитей. Стандартные образующие. Соотношения. Теорема Артина. Проблема тождества слов для группы кос. Алгоритм Деорнуа. Группа крашеных кос и её образующие. Центр группы кос. Элемент Гарсайда. Косы – узлы – зацепления. Теорема Александера. Алгоритм Вожеля. Теорема Маркова.

*Представления групп кос*:

Представление Бурау. Приведённое представление Бурау. О других представлениях группы кос.

*Полиномиальные инварианты*:

Полином Александера. Полином Александера-Конвея. Полином Джонса.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

|  |
| --- |
| Псевдориманова геометрия |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение теории псевдоримановых (в частности, собственно римановых и лоренцевых) многообразий и их применений в механике и математической физике.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Псевдориманова геометрия» относится к числу общепрофессиональных дисциплин, является обязательной дисциплиной и изучается на 2 году обучения в 3 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии при решении проблем механики и физики (ПК-2).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 36 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 72 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Многообразия с аффинными связностями*:

Аффинные связности. Ковариантное дифференцирование тензорных полей. Параллельный перенос. Геодезические. Нормальные и выпуклые окрестности. Римановы связности. Тензоры кручения и кривизны.

*Риманова геометрия*:

Функция расстояния риманова многообразия. Полнота. Вариационная теория геодезических. Теоремы сравнения. Кривизна и диаметр. Радиус инъективности экспоненциального отображения. Влияние кривизны на топологию римановых многообразий. Основы лагранжевой механики.

*Лоренцева геометрия*:

Лоренцевы многообразия. Теория причинности пространства-времени. Искривленные произведения. Лоренцева функция расстояния и ее применения. Математические основы общей теории относительности. Важнейшие классы пространственно-временных многообразий. Многообразия постоянной кривизны.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.

|  |
| --- |
| Теория графов |

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Направленность подготовки: 01.01.04 Геометрия и топология

**Цель освоения дисциплины (модуля).**

Изучение теории графов, алгоритмов на графах и их приложений в прикладных задачах.

**Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.**

Дисциплина «Теория графов» относится к числу профессиональных дисциплин, является дисциплиной по выбору и изучается на 2 году обучения в 4 семестре.

**Требования к результатам освоения дисциплины (модуля) (компетенции).**

Программа способствует формированию компетенций:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-2);

способность получать новые научные результаты в области геометрии и топологии (ПК-1);

способность применять методы и результаты геометрии и топологии в компьютерном моделировании (ПК-3).

**Краткая характеристика дисциплины (модуля).**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 18 часов выделяется на обзорные лекции, 18 часов составляет работа обучающегося с преподавателем (семинары), 72 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Основные разделы курса:

*Типы графов*:

Способы задания графа: перечисление элементов, рисунок, матрица смежности, матрица инцидентности, матрица Кирхгофа, их свойства, связь между ними. Лемма о рукопожатиях, критерий наличия в графе перешейка, достаточное условие существования цикла.

*Однородные графы*:

Теорема Рамсея. Понятие «почти все графы», его иллюстрация на примерах нескольких графовых свойств.Однородные графы, свойства их матрицы смежности.

*Вполне разложимые графы*:

Понятие кографа. Критерий кографа в терминах запрещённого порождённого подграфа.

*Деревья*:

Основные свойства деревьев. Способы кодирования: код Прюфера, лексикографический и бинарный коды, массив предшественников. Задача об изоморфизме. Количество помеченных деревьев, верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев.

*Планарные графы, их приложения*:

Теорема Эйлера о количестве граней связного планарного графа. Следствия из теоремы Эйлера: верхние оценки на число рёбер планарных графов. Критерии Куратовского-Понтрягина и Вагнера для планарности графа. Несколько приложений теории планарных графов: описание правильных трёхмерных многогранников, общее свойство фулеренов, задача о раскраске политической карты.

*Двудольные графы*:

Двудольные графы, теорема Кёнига. Триангулированные (хордальные) графы, их важнейшие свойства: наличие симплициальной вершины, плотность любого минимального разделяющего множества вершин.

*Линейные пространства, связанные с графами*:

Пространство остовных подграфов графа, пространсво квазициклов и пространство разрезов графа, их базисы и размерности.

*Связность и блоки графа, шарниры и перешейки*:

Число вершинной связности и число рёберной связности графа, взаимоотношение между ними. Дерево блоков и сочленений графа.

*Важнейшие экстремальные задачи на графах*:

Независимое множество, минимальная раскраска, вершинное покрытие, клика, паросочетание, рёберное покрытие. Взаимоотношение между задачами, алгоритмические сложности их решения. Метод увеличивающих цепей для решения задачи о наибольшем паросочетании.

*Основы теории наследственных классов графов*:

Теорема о характеризации наследственного класса в терминах минимальных запрещённых порождённых подграфов. Несколько примеров наследственных классов: двудольные графы, расщепляемые графы, кографы, пороговые графы. Характеризация этих классов в терминах запрещённых фрагментов.

**Формы промежуточного контроля.**

Проверка выполнения домашнего задания в форме реферата и/или научно-исследовательской работы на заданную тему.